

خواص و نکات کلی

1-9

با استفاده از مقادیر چگالی آب در جدول الف-6، ضریب انبساط گرمایی حجمی را در 300K از تعریف آن (معادله 4.9) محاسبه نمایید، و نتیجه را با مقدار جدول بندی شده مقایسه نمایید.

☞ داده:

مقادیر جدول بندی شده چگالی برای آب و تعریف ضریب انبساط گرمایی حجمی، β .

خواسته:

مقدار ضریب انبساط گرمایی حجمی در 300K؛ مقایسه با مقادیر جدول بندی شده.

خواص:

A-6 (300K):

$$\rho = 1/vf = 1/1.003 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg} = 997.0 \text{ kg/m}^3,$$

$$\beta = 276.1 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1};$$

$$(295\text{K}): \rho = 1/vf = 1/1.002 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg} = 998.0 \text{ kg/m}^3;$$

$$(305\text{K}): \rho = 1/vf = 1/1.005 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg} = 995.0 \text{ kg/m}^3;$$

حل:

ضریب انبساط حجمی با معادله 4-9، به حالت زیر تعریف می گردد.

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

تغییر چگالی برحسب دما در فشار ثابت را به حالت زیر می توان تخمین زد.

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \approx \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{T_1 - T_2} \right)_p$$

که در آن اندیس های 1 و 2 مقادیر مشخصه، به ترتیب در بالا و پایین و اندیس صفر در T=300K را نشان می دهد.

$$\beta_0 \approx -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{T_1 - T_2} \right)_p$$

با جایگزینی مقادیر عددی، درمی یابیم که

$$\beta_0 \approx \frac{-1}{997.0 \text{ kg/m}^3} \frac{(995.0 - 998.0) \text{ kg/m}^3}{(305 - 295) \text{ K}} = 300.9 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}.$$

با مقایسه این مقدار با جدول، $\beta = 276.1 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ؛ درمی یابیم که تخمین، 8.7% بالاتر می باشد.

توضیحات:

(1) هماهنگی ضعیف بین تخمین ما و مقدار جدول، ناشی از دقت پایین در محاسبه تغییرات چگالی برحسب زمان می باشد. مقادیر جدول بندی شده β از طریق معادله دقیق اطلاعات حالت به دست آمده اند.

(2) توجه نمایید که β برای T < 275K، منفی است. چرا؟ کاربرد جابه جایی آزاد چیست؟

2-9

جسمی، با طول مشخصه 0.25m، با سیال مجاور دارای اختلاف دمای 25°C است. با استفاده از خواص ترموفیزیکی در 350K، عدد گراشف را برای هوا، هیدروژن، آب، و اتیلن گلیکول محاسبه کنید. فشار را 1atm بگیرید.

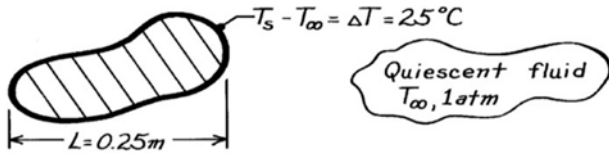
☞ داده:

جسمی با طول مشخصه معین و اختلاف دما با سیال پیرامون.

خواسته:

عدد گراشف برای هوا، هیدروژن، آب، اتیلن گلیکول در فشار 1atm.

طرحواره:



فرضیات:

الف) خواص ترموفیزیکی محاسبه شده در T_f = 350K.

ب) رفتار گاز کامل، $\beta = 1/T_f$.

خواص:

محاسبه در T_f = 350K، 1atm.

A-4 جدول: هوا، $v = 20.92 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$;

هیدروژن: $v = 143 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

A-6 جدول: آب، (مایع اشباع): $v = \mu_f v_f = 37.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ،

$\beta_f = 0.624 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$

A-5 جدول: اتیلن گلیکول، $v = 3.17 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ،

$\beta = 0.65 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

حل:

عدد گراشف توسط معادله 12-9 ارائه می گردد،

$$Gr_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{v^2}$$

با جایگزینی مقادیر عددی برای هوا با $\beta = 1/T_f$ درمی یابیم که

$$Gr_{L,air} = \frac{9.8 \text{ m/s}^2 \times (1.350\text{K})(25\text{K})(0.25\text{m})^3}{(20.92 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})^2}$$

$$Gr_{L,air} = 2.50 \times 10^7.$$

با انجام محاسبات مشابه برای سیال های دیگر، داریم

$$Gr_{L,hyd} = 5.35 \times 10^5$$

$$Gr_{L,water} = 1.70 \times 10^6$$

$$Gr_{L,eth} = 2.48 \times 10^8.$$

توضیحات:

مقادیر بالاتر Gr_L ، جریان های جابه جایی آزاد افزایش یافته را اعمال می نماید. به هر حال، خواص دیگر، مقدار ضریب انتقال گرما را تحت تأثیر قرار می دهند.

3-9

جسمی، با طول مشخصه 0.01m، با سیال مجاور دارای اختلاف دمای 30°C است. با ارزیابی خواص ترموفیزیکی در شرایط داده شده، عدد ریلی را برای سیالات زیر بیابید: هوا (400K، 1atm)، هلیوم (400K، 1atm)، گلیسیترین (285K)، و آب (310K).

☞ داده:

رابطه عدد ریلی.

خواسته:

عدد ریلی در مورد چهار سیال با شرایط داده شده.

طرحواره:



فرضیات:

الف) رفتار گاز کامل برای گازهای معرفی شده.

خواص:

و برای سه سیال مذکور، با $n=0.33$ و $\alpha=v/Pr$ داریم

$$F_N(W.s^{2/3}/m^{7/3}.K^{4/3}) = \frac{\text{Air Water Dielectric}}{5.8 \quad 663 \quad 209}$$
 کاملاً واضح است که آب، گرما را بهترین انتقال می‌دهد، در حالی که هوا در این مورد کارایی کمتری دارد.

توضیحات:

F_N نشان می‌دهد که انتقال گرما، توسط سیال‌هایی با مقدار k بزرگ، β زیاد و مقادیر α و ν کوچک، افزایش می‌یابد.

صفحات عمودی

5-9

آهنگ انتقال گرمای جابه‌جایی آزاد بین یک سطح عمودی، به ارتفاع $1m$ و به عرض $0.6m$ ، و هوای ساکنی که $20K$ سردتر از سطح است معلوم می‌باشد. مطلوب است نسبت آهنگ انتقال گرما در این حالت به آهنگ انتقال گرما در حالتی که سطح عمودی به ارتفاع $0.6m$ و به عرض $1m$ ، و هوای ساکن $20K$ گرمتر از سطح است. از انتقال گرمای تشعشی و هرگونه تأثیر دما بر خواص ترموفیزیکی هوا صرف‌نظر نمایید.

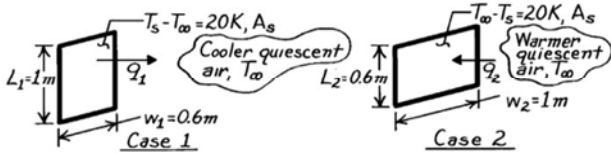
چه داده:

آهنگ انتقال گرما توسط جابه‌جایی از یک سطح عمودی به ارتفاع $1m$ و پهنای $0.6m$ ، به هوای ساکنی که $20K$ خنک‌تر است.

خواسته:

نسبت آهنگ انتقال گرما برای وضعیت فوق به آهنگ متناظر با حالتی که صفحه عمودی به ارتفاع $0.6m$ و پهنای $1m$ و هوای ساکن $20K$ گرم‌تر از سطح است.

طرحواره:



فرضیات:

- الف) خواص ترموفیزیکی از دما مستقل بوده و در $300K$ محاسبه می‌گردند،
- ب) تبادل تابش (تشعشع) اندک با محیط،
- ج) هوای ساکن محیط.

خواص:

A-4 (300K, 1atm): $\nu = 15.89 \times 10^{-6} m^2/s$,
 $\alpha = 22.5 \times 10^{-6} m^2/s$.

حل:

معادله آهنگ برای جابه‌جایی بین صفحات و هوای ساکن عبارتست از:

$$q = \bar{h}_L A_S \Delta T \quad (1)$$
 که در آن ΔT عبارتست از: $(T_s - T_\infty)$ یا $(T_\infty - T_s)$ ، برای هر دو حالت $A_S = Lw$ است.
 در نتیجه نسبت انتقال گرمای مطلوب عبارتست از:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{\bar{h}_{L1}}{\bar{h}_{L2}} \quad (2)$$

برای به دست آوردن وابستگی \bar{h}_L به هندسه مسئله، ابتدا عدد ریلی را محاسبه می‌نماییم،

$$Ra_L = \frac{g\beta\Delta T L^3}{\nu\alpha} \quad (3)$$

و با جایگزینی مقادیر مناسب در $300K$ ، درمی‌یابیم که حالت 1:

$$Ra_{L1} = 9.8m/s^2(1/300K)20K(1m)^3/15.89 \times 10^{-6}m^2/s \times 22.5 \times 10^{-6}m^2/s = 1.82 \times 10^9$$

A-4 (400K, 1atm): $\nu = 26.41 \times 10^{-6} m^2/s$,
 $\alpha = 38.3 \times 10^{-6} m^2/s, \beta = 1/T = 1/400K = 2.50 \times 10^{-3} K^{-1}$;
 A-4 (400K, 1atm): $\nu = 199 \times 10^{-6} m^2/s$,
 $\alpha = 295 \times 10^{-6} m^2/s, \beta = 1/T = 2.50 \times 10^{-3} K^{-1}$;
 A-5 (12°C = 285K): $\nu = 2830 \times 10^{-6} m^2/s$,
 $\alpha = 0.964 \times 10^{-7} m^2/s, \beta = 0.475 \times 10^{-3} K^{-1}$;
 A-6 (37°C = 310K):
 $\nu = \mu_f \nu_f = 695 \times 10^{-6} N.s/m^2 \times 1.007 \times 10^{-3} m^3/kg$
 $= 0.700 \times 10^{-6} m^2/s$,
 $\alpha = k_f \nu_f / c_{p,f} = 0.628W/m.K \times 1.007 \times 10^{-3} m^3/kg / 4178J/kg.K$
 $= 0.151 \times 10^{-6} m^2/s$,
 $\beta_f = 361.9 \times 10^{-6} K^{-1}$.

حل:

عدد ریلی - یک پارامتر بدون بعد که در تحلیل جابه‌جایی آزاد به کار می‌رود - به عنوان محصول عددهای پرانتل و گرافش تعریف می‌گردد.

$$Ra_L = Gr.Pr = \frac{g\beta\Delta T L^3 \mu c_p}{\nu^2 k} = \frac{g\beta T L^3}{\nu^2} \cdot \frac{(\nu\rho)c_p}{k} = \frac{g\beta\Delta T L^3}{\nu\alpha}$$

که در آن $\nu = \mu/\rho$ و $\alpha = k/\rho c_p$

هوا (400K, 1atm)

$$Ra_L = 9.8m/s^2(1/400K)30K(0.01m)^3/26.41 \times 10^{-6}m^2/s \times 38.3 \times 10^{-6}m^2/s = 727$$

هلیوم (400K, 1atm)

$$Ra_L = 9.8m/s^2(1/400K)30K(0.01m)^3/199 \times 10^{-6}m^2/s \times 295 \times 10^{-6}m^2/s = 12.5$$

گلیسرین (285K)

$$Ra_L = 9.8m/s^2(0.475 \times 10^{-3}K^{-1})30K(0.01m)^3/2830 \times 10^{-6}m^2/s \times 0.964 \times 10^{-7}m^2/s = 512$$

آب (310K)

$$Ra_L = 9.8m/s^2(0.362 \times 10^{-3}K^{-1})30K(0.01m)^3 / 0.700 \times 10^{-6}m^2/s \times 0.151 \times 10^{-6}m^2/s = 9.35 \times 10^5$$

توضیحات:

1) به تغییرات گسترده مقادیر عدد ریلی در مورد چهار سیال فوق دقت نمایید. مقدار زیاد عدد ریلی به افزایش جابه‌جایی منجر می‌گردد. به هر حال، خواص دیگر نیز مقدار ضریب انتقال گرما را تحت تأثیر قرار می‌دهند.

4-9

برای بررسی کارایی مایعات مختلف برای سرمایش از طریق جابه‌جایی طبیعی، بهتر است پارامتری مانند F_N که تأثیر تمام خواص سیال را بر ضریب جابه‌جایی در نظر می‌گیرد تعریف شود. اگر عدد نوسلت با عبارتی به شکل $Nu_L \sim Ra^n$ میان شود، رابطه‌ای بین F_N و خواص سیال به دست آورید. برای مقدار نوعی $\nu = 1.5 \times 10^{-6} m^2/s, \beta = 0.0035 K^{-1}, k = 0.026 W/m.K$ و $n = 0.33$ مقدار F_N را برای هوا (Pr=0.7, $\nu = 10^{-6} m^2/s, \beta = 2.7 \times 10^{-4} K^{-1}, k = 0.06 W/m.K$)، و یک مایع دی‌الکتریک (Pr=25, $\nu = 10^{-6} m^2/s, \beta = 0.0014 K^{-1}, k = 0.064 W/m.K$)، به دست آورید. کدام سیال دارای بیش‌ترین اثر خنک‌کنندگی می‌باشد؟

چه داده:

حالت رابطه عدد نوسلت برای جابه‌جایی طبیعی و خواص سیال.

خواسته:

عبارتی برای F_N و مقادیر آن در مورد هوا، آب و یک مایع دی‌الکتریک.

حل:

با داشتن $Nu_L \sim Ra^n$ ، ضریب جابه‌جایی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد.

$$h \sim \frac{k}{L} \left(\frac{g\beta\Delta T L^3}{\nu\alpha} \right)^n \sim \frac{(g\beta\Delta T)^n}{L} \left(\frac{k\beta^n}{\alpha^n \nu^n} \right)$$

بنابراین F_N عبارتست از:

$$F_N = \frac{k\beta^n}{\alpha^n \nu^n}$$

$$Gr_x = g\beta(T_s - T_\infty)x^3/v^2 = 9.8m/s^2 \times \frac{1}{350K} (130 - 25)Kx^3 \quad (2)$$

$$y \approx 5(0.25m)(6.718 \times 10^9(0.25)^3/4)^{-1/4} = 1.746 \times 10^{-2}m = 17.5mm. \quad (3)$$

ب) با توجه به حل تشابهی نشان داده شده در بالا، سرعت ماکزیمم در $\eta = 1$ $f'(n) = 0.275$ از طریق معادله 15-9، درمی یابیم که

$$u = \frac{2v}{x} Gr_x^{1/2} f'(\eta) = \frac{2 \times 20.92 \times 10^{-6} m^2/s}{0.25m} \times (6.718 \times 10^9(0.25)^3)^{1/2} \times 0.275 = 0.47m/s.$$

سرعت ماکزیمم در مقدار $\eta = 1$ اتفاق می افتد؛ با استفاده از معادله (3)، نتیجه می شود که این مقدار متناظر با مکان زیر در لایه مرزی است،

$$y_{max} = 1/5(17.5mm) = 3.5mm.$$

ج) با توجه به معادله 9-19، ضریب انتقال گرمای محلی در $x=0.25m$ عبارتست از:

$$Nu_x = h_x x/k = (Gr_x/4)^{1/4} g(Pr) = (6.718 \times 10^9(0.25)^3/4)^{1/4} 0.586 = 41.9$$

$$h_x = Nu_x k/x = \frac{41.9 \times 0.030W/m.K}{0.25m} = 5.0W/m^2.K.$$

مقدار $g(Pr)$ از طریق معادله 9-20 و با $Pr=0.700$ به دست می آید.

د) بر طبق معادله 9-23، لایه مرزی در x_c متلاطم می شود که عبارتست از:

$$Ra_{x,c} = Gr_{x,c} Pr \approx 10^9$$

$$x_c \approx [10^9/6.718 \times 10^9(0.700)]^{1/3} = 0.60m.$$

توضیحات:

دقت نمایند که $\beta=1/T_f$ یک تقریب مناسب برای هوا می باشد.

7-9

چند صفحه نازک در حمام آب $20^\circ C$ به طور عمودی آویزان اند، و خنک می شوند. اگر صفحات ابتدا در $54^\circ C$ و به طور $0.15m$ باشند، چه فاصله مینیمم بین آن ها از تداخل لایه های مرزی جابه جایی آزاد جلوگیری می نماید؟

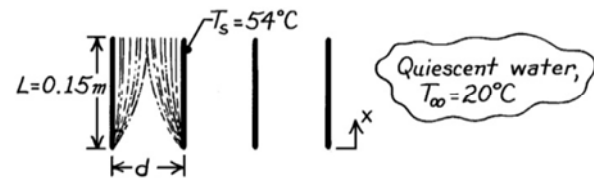
☞ داده:

صفحات عمودی نازک به طول $0.15m$ با دمای $54^\circ C$ در یک وان آب با دمای $20^\circ C$ خنک می شوند.

خواستنه:

فاصله مینیمم بین صفحه ها به گونه ای که سطح مشترکی بین لایه های مرزی جابه جایی آزاد به وجود نیاید.

طر حواره:



فرضیات:

الف) آب در وان ساکن است،

ب) صفحات دمای یکنواخت دارند.

خواص:

A-6 جدول، آب، $(T_f = (T_s + T_\infty)/2) = (54 + 20)^\circ C/2 = 310K$:

$$\rho = 1/v_f = 993.05kg/m^3, \mu = 695 \times 10^{-6} N.s/m^2$$

$$v = \mu/\rho = 6.998 \times 10^{-7} m^2/s, Pr = 4.62, \beta = 361.9 \times 10^{-6} K^{-1}.$$

حل:

فاصله مینیمم بین صفحات در لبه انتهایی، دو برابر ضخامت لایه مرزی است که در آن $x=0.15m$. با فرض شرایط لایه مرزی جابه جایی آزاد لایه ای، پارامتر تشابه، η ، توسط معادله 9-13 به دست می آید،

$$\eta = \frac{y}{x} (Gr_x/4)^{1/4}$$

حالت 2:

$$Ra_{L2} = Ra_{L1}(L_2/L_1)^3 = 1.82 \times 10^4(0.6m/1.0m)^3 = 3.94 \times 10^8.$$

بنابراین، حالت 1 متلاطم و حالت 2 لایه ای است. با استفاده از معادله 9-24.

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}_L L}{k} = C(Ra_L)^n \quad \bar{h}_L = \frac{k}{L} C Ra_L^n \quad (4)$$

که در آن برای حالت 1: $C_1=0.10$ و $n_1=1/3$ و برای حالت 2: $C_2=0.59$ و $n_2=1/4$. خواهیم داشت

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{(C_1/L_1)Ra_{L1}^{n_1}}{(C_2/L_2)Ra_{L2}^{n_2}} = \frac{(0.10/1m)(1.82 \times 10^9)^{1/3}}{(0.59/0.6m)(3.94 \times 10^8)^{1/4}} = 0.881$$

توضیحات:

آیا این نتیجه مورد انتظار است؟ این تأثیر جهت گیری صفحه بر آهنگ های گرما را چگونه توضیح می دهید؟

6-9

صفحه عمودی بزرگی با دمای یکنواخت $130^\circ C$ را که در هوای اتمسفریک ساکن $25^\circ C$ و فشار آویزان است در نظر بگیرید.

الف) ضخامت لایه مرزی را در فاصله $0.25m$ از لبه پایینی تخمین بزنید.

ب) سرعت ماکزیمم در لایه مرزی چقدر است و در چه مکانی در لایه مرزی روی می دهد؟

ج) با استفاده از نتیجه حل تشابهی (معادله 9-19)، ضریب انتقال گرما را در $0.25m$ از لبه پایینی بیابید.

د) در چه مکانی روی صفحه از لبه پایینی، لایه مرزی متلاطم می گردد؟

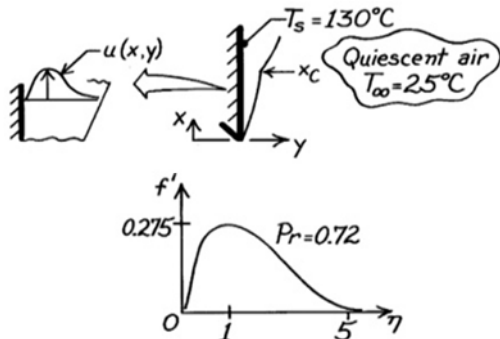
☞ داده:

صفحه بزرگ عمودی با دمای سطح یکنواخت $130^\circ C$ ، در هوای ساکن با $25^\circ C$ و فشار اتمسفریک، معلق شده است.

خواستنه:

- 1) ضخامت لایه مرزی در فاصله $0.25m$ از لبه پایینی،
- 2) سرعت ماکزیمم در لایه مرزی در این مکان و موقعیت ماکزیمم،
- 3) ضریب انتقال گرما در این مکان،
- 4) مکان آشفتگی لایه مرزی.

طر حواره:



فرضیات:

الف) سطح عمودی تک دما در یک محیط ساکن وسیع،

ب) فرض ها معتبر لایه مرزی.

خواص:

A-4 جدول، هوا، $(T_f=(T_s+T_\infty)/2=350K, 1atm)$:

$$v = 20.92 \times 10^{-6} m^2/s, k = 0.030W/m.K, Pr = 0.700.$$

حل:

الف) با توجه به نتایج حل تشابهی، شکل 4-9-4 با، ضخامت لایه مرزی متناظر با مقدار $\eta=5$ است. از طریق معادلات 9-13 و 9-12،

$$y = \eta_x (Gr_x/4)^{-1/4} \quad (1)$$

حل:

عدد ریلی را برای تعیین شرایط جریان لایه مرزی محاسبه می‌نماییم،

$$Ra_L = g\beta\Delta T L^3 / \nu\alpha$$

$$Ra_L = \frac{9.8m/s^2(1/300K)(40 - 15)^\circ C(0.2m)^3}{(15.89 \times 10^{-6}m^2/s)(22.5 \times 10^{-6}m^2/s)} = 1.827 \times 10^7$$

که در اینجا $Ra_L < 10^9$ ، جریان است و حل تشابهی قسمت 4-9 قابل استعمال است. با توجه به معادله‌های 21-9 و 20-9

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}_L L}{k} = \frac{4}{3} (Gr_L/4)^{1/4} g(Pr)$$

$$g(Pr) = \frac{0.75 Pr^{1/2}}{[0.609 + 1.221 Pr^{1/2} + 1.238 Pr]^{1/4}}$$

و با جایگزینی مقادیر عددی با $Gr_L = Ra_L/Pr$ ، خواهیم داشت

$$g(Pr) = \frac{0.75(0.707)^{1/2}}{[0.609 + 1.22(0.707)^{1/2} + 1.238 \times 0.707]^{1/4}} = 0.501$$

$$\bar{h}_L = \left(\frac{0.0263W/m.K}{0.20} \right) \times \frac{4}{3} \left(\frac{1.827 \times 10^7 / 0.707}{4} \right)^{1/4} \times 0.501$$

$$= 4.42W/m.K.$$

رابطه تجربی مناسب برای برآورد \bar{h}_L توسط معادله 27-9 ارائه می‌شود،

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}_L L}{k} = 0.68 + \frac{0.670 Ra_L^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}}$$

$$\bar{h}_L = (0.0263W/m.K / 0.20m) \left[\frac{0.68 + 0.670(1.827 \times 10^7)^{1/4}}{[1 + (0.492/0.707)^{9/16}]^{4/9}} \right]$$

$$\bar{h}_L = 4.42W/m^2.K$$

توضیحات:

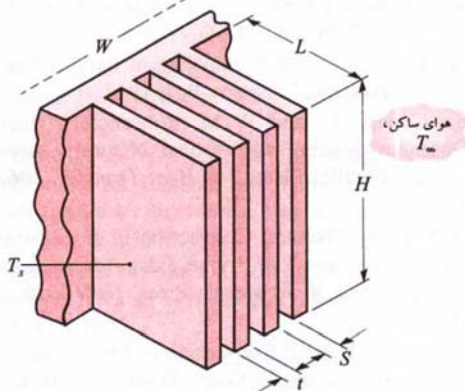
توافق \bar{h}_L محاسبه شده با این دو روش بسیار خوب است. با استفاده از رابطه چرچیل-برنشتاین، معادله 26-9، درمی‌یابیم که $\bar{h}_L = 4.87W/m.K$. این رابطه برای حالت لایه‌های بهترین و دقیق‌ترین نیست، اما برای هر دو ناحیه لایه‌ای و متلاطم مناسب می‌باشد.

9-9

آرایه‌ای از پره‌های مستطیلی عمودی برای خنک کردن یک وسیله الکترونیکی که در هوای ساکن اتمسفریک با دمای $T_\infty = 37^\circ C$ نصب شده است مورد استفاده قرار گیرد. هر پره به طول $L=20mm$ و به ارتفاع $H=150mm$ است و در دمای تقریباً یکنواخت $T_s = 77^\circ C$ قرار دارد.

(الف) با در نظر گرفتن هر سطح پره به عنوان یک صفحه عمودی واقع در محیط نامتناهی و ساکن، به طور خلاصه توضیح دهید که چرا فاصله بهینه S برای پره وجود دارد. با استفاده از شکل 4.9، مقدار بهینه S را برای شرایط داده شده تخمین بزنید.

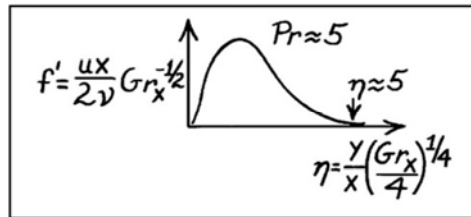
(ب) برای مقدار بهینه S و ضخامت پره $t=1.5mm$ ، آهنگ انتقال گرما از پره‌ها را برای آرایه به عرض $W=355mm$ تخمین بزنید.



داده:

ابعاد پره‌های مستطیلی عمودی، دمای پره‌ها و هوای ساکن.

که در آن y فاصله عمودی تا صفحه است (شکل 9-3 را ملاحظه نمایید). مطابق شکل 4-9، ضخامت لایه مرزی در مقدار $\eta \approx 5$ واقع می‌شود. پس نتیجه می‌شود $y_{b1} = \eta_x (Gr_x/4)^{-1/4}$



که در آن

$$Gr_x = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu^2}$$

$$Gr_x = \frac{9.8m/s^2 \times 361.9 \times 10^{-6}K^{-1}(54 - 20)K(0.15m)^3}{(6.998 \times 10^{-7}m^2/s)^2}$$

$$= 8.31 \times 10^8.$$

بنابراین،

$$y_{b1} = 5 \times 0.15m(8.31 \times 10^8/4)^{-1/4} = 6.247 \times 10^{-3}m = 6.3mm$$

و فاصله جداسازی (بین صفحات) عبارتست از:

$$d = 2y_{b1} = 2 \times 6.3mm = 12.6mm.$$

توضیحات:

بر طبق معادله 27-9، عدد گراشف بحرانی برای شروع شرایط متلاطم در لایه مرزی $Gr_{x,c}Pr \approx 10^9$ است. در مورد شرایط بالا، $Gr_xPr = 8.31 \times 10^8 \times 4.62 = 3.8 \times 10^9$ ما نشان دادیم که در $x=0.15m$ در واقع لایه مرزی متلاطم است و محاسباتمان تنها یک تخمین است که احتمالاً کم خواهد بود. از این رو، فاصله صفحات باید از 12.6mm بزرگتر باشد.

8-9

صفحه آلومینیومی چهارگوشی به ضخامت 5mm و به ضلع 200mm در حالتی که به طور عمودی در هوای ساکن $40^\circ C$ آویزان است گرم می‌شود. با دو روش زیر ضریب انتقال گرمای متوسط صفحه را وقتی دمای آن $15^\circ C$ است بیابید: با استفاده از نتایج حل تشابهی معادله‌های لایه مرزی، و با استفاده از نتایج یک رابطه تجربی

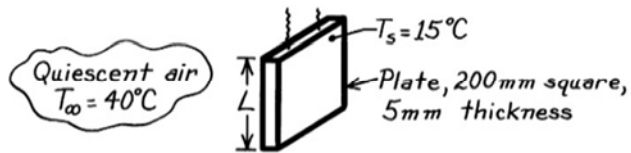
داده:

ورق مربعی آلومینیومی با دمای $15^\circ C$ در هوای ساکن $40^\circ C$ معلق است.

خواسته:

ضریب متوسط انتقال گرما به دو روش: با استفاده از نتایج حل تشابهی لایه مرزی و با استفاده از نتایج یک رابطه تجربی.

طرحواره:



فرضیات:

- (الف) دمای سطح ورق، یکنواخت است.
- (ب) هوای اتاق ساکن است.
- (ج) تبادل تشعشع سطح با محیط اطراف ناچیز است.
- (د) رفتار گاز کامل در مورد هوا صادق است، $\beta = 1/T_f$.

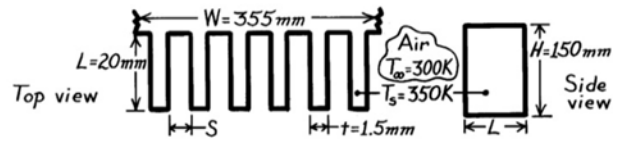
خواص:

A-4
 $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (40 + 15)^\circ C/2 = 300K, 1atm$;
 $\nu = 15.89 \times 10^{-6}m^2/s, k = 0.0263W/m.K, \alpha = 22.5 \times 10^{-6}m^2/s,$
 $Pr = 0.707.$

خواسته:

- (1) فاصله بهینه پره،
- (2) آهنگ انتقال گرما از یک آرایه پرها در فاصله بهینه.

طرحواره:



فرضیات:

(الف) پرها تک‌دما می‌باشند،

(ب) اثرات تشعشع اندک می‌باشند،

(ج) هوا ساکن می‌باشد.

خواص:

A-4 هوا، $(T_f = 325K, 1atm): v = 18.41 \times 10^{-6} m^2/s$,
 $k = 0.0282W/m.K, Pr = 0.703$.

حل:

(الف) اگر پرها خیلی نزدیک باشند، لایه‌های مرزی در سطح‌های اتصال ادغام شده و انتقال گرما کاهش خواهد یافت. در صورتی که پرها خیلی از هم دور باشند، مساحت سطح خیلی کوچک شده و انتقال گرما کاهش خواهد یافت.

$\delta_{x=H} \approx \delta_{op}$ با توجه به شکل 4-9 لبه لایه مرزی با

$$\eta = (\delta/H)(Gr_H/4)^{1/4} \approx 5$$

مطابقت دارد.

بنابراین

$$Gr_H = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)H^3}{\nu_H^2} = \frac{9.8m/s^2(1/325K)50K(0.15m)^3}{(18.41 \times 10^{-6}m^2/s)^2}$$

$$= 1.5 \times 10^7$$

$$\delta(H) = 5(0.15m)/(1.5 \times 10^7/4)^{1/4} = 0.017m = 17mm$$

$$S_{op} \approx 34mm.$$

(ب) تعداد پرها، N، را می‌توان به صورت زیر یافت،

$$N = W/(S_{op} + t) = 355/35.5 = 10$$

و آهنگ انتقال گرما عبارتست از:

$$q = 2N\bar{h}(H.L)(T_s - T_\infty).$$

برای شرایط لایه‌ای

$$\bar{Nu}_H = 0.68 + 0.67Ra_L^{1/4} / [1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}$$

$$\bar{Nu}_H = \frac{0.68 + 0.67(1.5 \times 10^7 \times 0.703)^{1/4}}{[1 + (0.492/0.703)^{9/16}]^{4/9}} = 30$$

$$\bar{h} = kNu/H = 0.0282W/m.K(30)/0.15m = 5.6W/m^2.K$$

$$g = 2(10)5.6W/m^2.K(0.15m \times 0.02m)(350 - 300)K = 16.8W.$$

توضیحات:

نتیجه قسمت (الف)، یک برآورد پایستار از فاصله بهینه است. افزایش مساحت حاصل از کاهش S، با تأثیر حاصل از ادغام لایه مرزی جبران خواهد شد. با پرداختی دقیق‌تر (قسمت 9-7-1 را ملاحظه نمایید). برای شرایط یاد شده $S_{op} \approx 10mm$ به دست می‌آید.

11-9

مطلوب است ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی متوسط برای دیوارهای عمودی خانه‌ای با ارتفاع 2.5m که دمای هوای داخلی و سطح دیوار آن، به ترتیب، عبارتند از (الف) 20 و 10°C، (ب) 27 و 37°C.

داده:

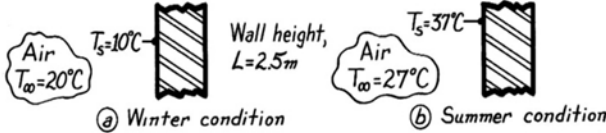
هوای داخلی و دماهای دیوار، ارتفاع دیوار.

خواسته:

(1) ضریب متوسط انتقال گرما هنگامی که $T_\infty = 20^\circ C$ و $T_s = 10^\circ C$

(2) ضریب متوسط انتقال گرما هنگامی که $T_\infty = 27^\circ C$ و $T_s = 37^\circ C$

طرحواره:



فرضیات:

(الف) دمای دیوار یکنواخت می‌باشد،

(ب) هوای اتاق، ساکن می‌باشد.

خواص:

A-4 هوا، $(T_f = 298K, 1atm): \beta = 1/T_f = 3.472 \times 10^{-3} K^{-1}$,
 $\nu = 14.82 \times 10^{-6} m^2/s, k = 0.0253W/m.K, \alpha = 20.9 \times 10^{-6} m^2/s$,
 $Pr = 0.710$;
 $(T_f = 305K, 1atm): \beta = 1/T_f = 3.279 \times 10^{-3} K^{-1}$,
 $\nu = 16.39 \times 10^{-6} m^2/s, k = 0.0267W/m.K, \alpha = 23.2 \times 10^{-6} m^2/s$,
 $Pr = 0.706$;

حل:

رابطه مناسب برای ضریب متوسط انتقال گرما در مورد جابه‌جایی آزاد در یک دیوار عمودی، معادله 9-26 است.

$$\bar{Nu}_L = \frac{\bar{h}_L L}{k} = \left\{ 0.825 + \frac{0.387Ra_L^{0.1667}}{[1 + (0.492/Pr)^{0.563}]^{0.296}} \right\}^2$$

که در آن $Ra_L = g\beta\Delta TL^3/\nu\alpha$ ، معادله 9-25، $\Delta T = T_s - T_\infty$

(الف) با جایگزینی مقادیر عددی خاص شرایط زمستانی، داریم

$$Ra_L = \frac{9.8m/s^2 \times 3.472 \times 10^{-3} K^{-1} (20 - 10)K (2.5m)^3}{14.82 \times 10^{-6} m^2/s \times 20.96 \times 10^{-6} m^2/s}$$

$$= 1.711 \times 10^{10}$$

$$\bar{Nu}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387(1.711 \times 10^{10})^{0.1667}}{[1 + (0.492/0.710)^{0.563}]^{0.296}} \right\}^2 = 299.6$$

بنابراین،

$$\bar{h} = \bar{Nu}_L k / L = \frac{299.6(0.0253W/m.K)}{2.5m} = 3.03W/m^2.K.$$

(ب) با جایگزینی مقادیر عددی خاص شرایط تابستانی، داریم

$$Ra_L = \frac{9.8m/s^2 \times 3.279 \times 10^{-3} K^{-1} (37 - 27)K (2.5m)^3}{23.2 \times 10^{-6} m^2/s \times 16.39 \times 10^{-6} m^2/s}$$

$$= 1.320 \times 10^{10}$$

$$\bar{Nu}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387(1.320 \times 10^{10})^{0.1667}}{[1 + (0.492/0.706)^{0.563}]^{0.296}} \right\}^2 = 275.8$$

بنابراین،

$$\bar{h} = \bar{Nu}_L k / L = \frac{275.8 \times 0.0267W/m.K}{2.5m} = 2.94W/m^2.K.$$

توضیحات:

یک تأثیر کوچک ناشی از T_f بر \bar{h} برای این شرایط وجود دارد. انتظار داریم که اثرات تابش (تشعشع)، با این قبیل مقادیر پایین \bar{h} ، بی‌استه و ضروری باشد.

11-9

با شروع از معادله 24.9 برای جابه‌جایی آزاد، نشان دهید که برای هوا در فشار اتمسفریک و دمای فیلم 400K، ضریب متوسط انتقال گرما برای یک صفحه عمودی را به صورت زیر می‌توان بیان کرد.

$$\bar{h}_L = 1.40 \left(\frac{\Delta T}{L} \right)^{\frac{1}{4}} \quad 10^4 < Ra_L < 10^9$$

$$\bar{h}_L = 0.98(\Delta T)^{\frac{1}{3}} \quad 10^9 < Ra_L < 10^{13}$$

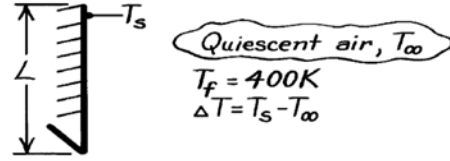
داده:

صفحه‌ای عمودی، جابه‌جایی آزاد با هوای ساکن در فشار اتمسفریک را تجربه می‌نماید و دمای فیلم 400K می‌باشد.

خواسته:

فرم رابطه ضریب متوسط انتقال گرما برحسب ΔT و طول مشخصه.

طر حواره:



داده:

وابستگی دمایی ضریب جابه‌جایی آزاد، $\bar{h} = C\Delta T^{1/4}$ ، برای جسمی جامد غوطه‌ور در یک سیال ساکن.

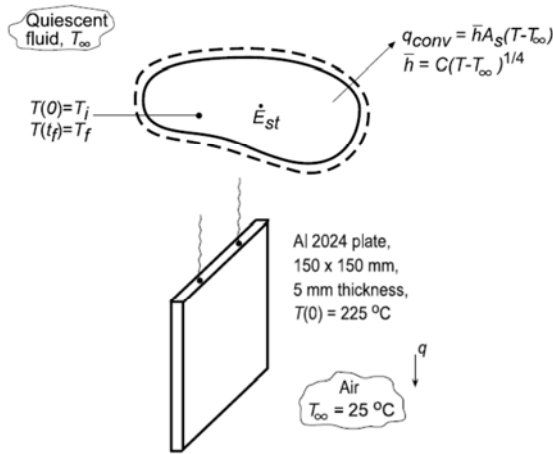
خواسته:

(۱) عبارتی برای زمان سرمایش، t_f ،

(۲) با در نظر گرفتن یک ورق با هندسه یاد شده و شرایط گرمایی مذکور، زمان مورد نیاز برای رسیدن به 80°C با استفاده از رابطه مناسب در مسأله 10-9، را بیابید،

(۳) نمودار دما- زمان به دست آمده در قسمت (ب) را رسم نموده و با نتایج کاربرد \bar{h}_0 ثابت در تحلیل ظرفیت فشرده، مقایسه نمایید.

طر حواره:



فرضیات:

(الف) تقریب ظرفیت فشرده، معتبر می‌باشد،

(ب) تشعشع اندک،

(ج) خواص ثابت.

خواص:

A-1 جدول 2024 آلومینیوم $(\bar{T} = (T_i + T_f)/2 \approx 400\text{K})$:
 $\rho = 2770\text{kg/m}^3, c_p = 925\text{J/kg}\cdot\text{K}, k = 186\text{W/m}\cdot\text{K}$;
 A-4 جدول 4 هوا، $(\bar{T}_{film} = 362\text{K})$: $v = 2.221 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$,
 $k = 0.03069\text{W/m}\cdot\text{K}, \alpha = 3.187 \times 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}, Pr = 0.6976$,
 $\beta = 1/\bar{T}_{film}$.

حل:

(الف) با انجام موازنه انرژی در یک سطح کنترلی حول جسم، $\dot{E}_{out} = \dot{E}_{st}$ ، و با جایگزینی معادله آهنگ جابه‌جایی با $\bar{h} = C\Delta T^{1/4}$ داریم

$$-CA_s(T - T_\infty)^{5/4} = d/dt(\rho VcT). \quad (1)$$

با تفکیک متغیرها و انتگرال‌گیری، درمی‌یابیم که

$$\begin{aligned} dT/dt &= -(CA_s/\rho Vc)(T - T_\infty)^{5/4} \\ \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{(T - T_\infty)^{5/4}} &= -\left(\frac{CA_s}{\rho Vc}\right) \int_0^{t_f} dt \\ -4(T - T_\infty)^{1/4} \Big|_{T_i}^{T_f} &= -\frac{CA_s}{\rho Vc} t_f \\ t_f &= \frac{4\rho Vc}{CA_s} \left[(T_f - T_\infty)^{-1/4} - (T_i - T_\infty)^{-1/4} \right] \\ &= \frac{4\rho Vc}{CA_s(T_i - T_\infty)^{1/4}} \left[\left(\frac{T_i - T_\infty}{T_f - T_\infty}\right)^{1/4} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

(ب) با در نظر گرفتن ورق آلومینیوم، ابتدا در $T(0) = 225^\circ\text{C}$ ، و ناگهان قرار گرفته در معرض هوای محیط با دمای $T_\infty = 25^\circ\text{C}$ ، از طریق مسأله 10-9، ضریب جابه‌جایی به فرم زیر خواهد بود.

$$\bar{h}_i = 1.40 \left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4} \quad \bar{h}_0 = C\Delta T^{1/4}$$

فرضیات:

(الف) هوا، یک محیط وسیع ساکن است،

(ب) رفتار گاز کامل.

خواص:

A-6 جدول هوا، $(T_f = 400\text{K}, 1\text{atm})$: $v = 26.41 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$,
 $k = 0.0338\text{W/m}\cdot\text{K}, \alpha = 38.3 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$.

حل:

رابطه را در نظر بگیرید که حالت معادله 24-9 را دارد، با Ra_L به دست آمده توسط معادله 9-25.

$$\overline{Nu}_L = \bar{h}_L L/k = C Ra_L^n \quad (1)$$

که در آن

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} = \frac{9.8\text{m/s}^2(1/400)\text{K}\Delta T.L^3}{26.41 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s} \times 38.3 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}} \quad (2)$$

$$= 2.422 \times 10^7 \Delta T.L^3.$$

با تلفیق معادله‌های (1) و (2)،

$$\bar{h}_L = (k/L) C Ra_L^n = \frac{0.0338\text{W/m}\cdot\text{K}}{L} C (2.422 \times 10^7 \Delta T L^3)^n. \quad (3)$$

در شکل 6-9، دقت نمایید که برای شرایط لایه مرزی لایه‌ای،

$$n = \frac{1}{4} \text{ و } C = 0.59, 10^4 < Ra_L < 10^9$$

با استفاده از معادله (3)،

$$\bar{h} = 1.40 [L^{-1}(\Delta T.L^3)^{1/4}] = 1.40 \left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{1/4}$$

برای شرایط متلاطم در گستره $10^9 < Ra_L < 10^{13}$ داریم

$$C = 0.10 \quad \text{و} \quad n = \frac{1}{3}$$

با استفاده از معادله (3)،

$$\bar{h}_L = 0.98 [L^{-1}(\Delta T.L^3)^{1/3}] = 0.98 \Delta T^{1/3}.$$

توضیحات:

به وابستگی ضریب متوسط انتقال گرما، به ΔT و L برای شرایط متلاطم و لایه‌ای دقت نمایید. طول مشخصه L در شرایط متلاطم \bar{h}_L را تحت تأثیر قرار نمی‌دهد.

12-9

جسم جامدی در سیال ساکنی غوطه‌ور است، و خنک می‌گردد. ضریب جابه‌جایی آزاد به صورت $\bar{h} = C\Delta T^{1/4}$ است، که در آن C یک ثابت می‌باشد و $\Delta T = T - T_\infty$.

(الف) با استفاده از روش تقریبی ظرفیت فشرده، مطلوب است عبارت زمان لازم برای اینکه جسم از دمای اولیه T_i تا دمای نهایی T_f خنک شود.

(ب) صفحه چهارگوش بسیار براقی به ضلع 150mm و به ضخامت 5mm از آلومینیوم (2024)، با دمای اولیه 225°C ، در هوای محیط با دمای 25°C آویزان شده است. با استفاده از رابطه تقریبی مناسب در مسأله 11.9، مطلوب است زمان لازم برای اینکه صفحه به 80°C برسد.

(ج) نمودار دما- زمان در قسمت (ب) را رسم و با نتایج حاصل از تحلیل ظرفیت فشرده، که در آن از ضریب ثابت جابه‌جایی آزاد \bar{h}_0 استفاده می‌شود، مقایسه کنید. \bar{h}_0 را از رابطه مناسب بر مبنای دمای متوسط سطح، $\bar{T} = (T_i + T_f)/2$ ، ارزیابی نمایید.

در دمای 22°C باشد، درباره دفع گرمای ناشی از جابه‌جایی آزاد نسبت به دفع گرمای ناشی از تشعشع توضیح دهید.

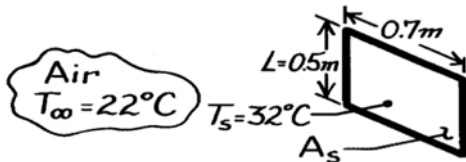
داده:

دریچه یک اجاق با دمای سطحی متوسط 32°C در اتاقی با دمای محیطی 22°C.

خواسته:

دفع گرما به اتاق، همچنین، یافتن اثر بر روی دفع گرما در صورتی که ضریب گسیل دریچه برابر با واحد و دمای اطراف 22°C باشد.

طرحواره:



فرضیات:

(الف) هوای محیط ساکن می‌باشد،
(ب) اثرات تابش (تشعشع) سطح اندک‌اند.

خواص:

A-4 جدول هوا، $(T_f = 300K, 1atm)$: $v = 15.89 \times 10^{-6} m^2/s$,
 $k = 0.0263W/m.K$, $\alpha = 22.5 \times 10^{-6} m^2/s$, $Pr = 0.707$,
 $\beta = 1/T_f = 3.33 \times 10^{-3} K^{-1}$.

حل:

آهنگ گرما از سطح دریچه اجاق توسط جابه‌جایی به هوای محیط عبارتست از:
 $q = \bar{h}A_s(T_s - T_\infty)$ (1)
که در اینجا \bar{h} را از طریق رابطه جابه‌جایی آزاد برای یک صفحه عمودی می‌توان به دست آورد (معادله 9-26)،

$$\bar{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = \left\{ 0.825 + \frac{0.387Ra_L^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad (2)$$

عدد ریلی، معادله 9-25، عبارتست از:

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} = \frac{9.8m/s^2(1/300K)(32 - 22)K \times 0.5^3m^3}{15.89 \times 10^{-6}m^2/s \times 22.5 \times 10^{-6}m^2/s} = 1.142 \times 10^8.$$

با جایگزین نمودن مقادیر عددی در معادله (2)، خواهیم داشت

$$\bar{Nu}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387(1.142 \times 10^8)^{1/6}}{[1 + (0.492/0.707)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 = 63.5$$

$$\bar{h}_L = \frac{k}{L}\bar{Nu}_L = \frac{0.0263W/m.K}{0.5m} \times 63.5 = 3.34W/m^2.K.$$

آهنگ گرما، با استفاده از معادله (1) عبارتست از:

$$q = 3.34W/m^2.K \times (0.5 \times 0.7)m^2(32 - 22)K = 11.7W.$$

دفع گرما توسط تابش، با فرض $\epsilon=1$ ، به صورت زیر می‌باشد.

$$q_{rad} = \epsilon A_s \sigma (T_s^4 - T_{sur}^4)$$

$$q_{rad} = 1(0.5 \times 0.7)m^2 \times 5.67 \times 10^{-8}W/m^2.K^4$$

$$[(273 + 32)^4 - (273 + 22)^4]K^4 = 21.4W.$$

دقت نمایید که دفع گرما، توسط تابش تقریباً دو برابر جابه‌جایی آزاد می‌باشد. با استفاده از معادله (9-1)، ضریب انتقال گرمای تابشی $h_{rad} = 6.4W/m^2.K$ است، که دو برابر ضریب مربوط به فرآیند جابه‌جایی آزاد می‌باشد.

14-9

صفحه‌ای از آلایز آلومینیوم (2024)، که تا دمای یکنواخت 227°C گرم شده است، در اتاقی که دمای هوای داخل و اطراف آن 27°C است به طور عمودی آویزان است و خنک می‌گردد. صفحه چهارگوش به ضلع 0.3m و با ضخامت 15mm و با گسیلمندی 0.25 می‌باشد.

که در اینجا

$$C = 1.40/L^{1/4} = 1.40/(0.150)^{1/4} = 2.2496W/m^2.K^{3/4}.$$

با استفاده از معادله (2) داریم

$$t_f = \frac{4 \times 2770kg/m^3(0.150^2 \times 0.005)m^3 \times 925//kg.K}{2.2496W/m^2.K^{3/4} \times 2 \times (0.150)^2(225 - 25)^{1/4}K^{1/4}}$$

$$\left[\left(\frac{225 - 25}{80 - 25} \right)^{1/4} - 1 \right] = 1154s$$

(ج) برای ورق عمودی، معادله 9-27 یک رابطه مناسب است. با محاسبه خواص در

$$\bar{T}_{film} = (\bar{T}_s + T_\infty)/2 = ((T_i + T_f)/2 + T_\infty)/2 = 362K$$

که در آن $\bar{T}_s = 426K$ دمای متوسط ورق، به دست می‌آید،

$$Ra_L = \frac{g\beta(\bar{T}_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} = \frac{9.8m/s^2(1/362K)(426 - 298)K(0.150m)^3}{2.221 \times 10^{-5}m^2/s \times 3.187 \times 10^{-5}m^2/s} = 1.625 \times 10^7$$

$$\bar{Nu}_L = 0.68 + \frac{0.670Ra_L^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}}$$

$$= 0.68 + \frac{0.670(1.625 \times 10^7)^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}} = 33.4$$

$$\bar{h}_o = \frac{k}{L}\bar{Nu}_L = \frac{0.03069W/m.K}{0.150m} \times 33.4 = 6.83W/m^2.K$$

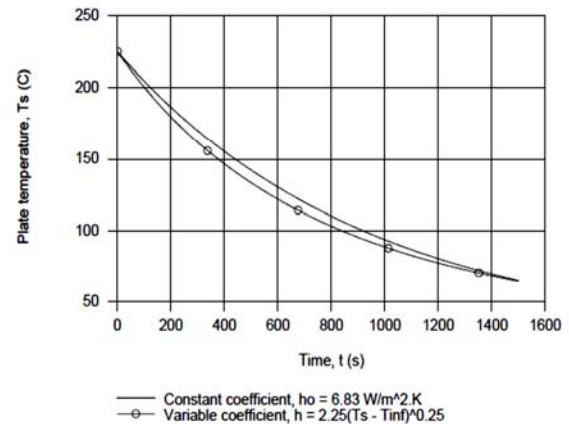
با توجه به معادله 5-6، رابطه دما- زمان با یک ضریب جابه‌جایی ثابت عبارتست از:

$$T(t) = T_\infty + (T_i - T_\infty)\exp[-(\bar{h}_oA_s/\rho Vc)t] \quad (3)$$

که در آن

$$A_s/V = \frac{2L^2}{(L \times L \times w)} = 2/w = 400m^{-1}$$

نمودار دما- زمان برای تحلیل \bar{h}_o و $h = C\Delta T^{1/4}$ در زیر نشان داده شده‌اند.



توضیحات:

(۱) زمان رسیدن به $T(t_0) = 80^\circ C$ برای ضرایب متغیر و ثابت، به ترتیب 1154s و 1212s بودند (با 5% اختلاف). برای سهولت، محاسبه ضریب جابه‌جایی به صورت یاد شده در قسمت (ب) قابل قبول می‌باشد.

(۲) توجه کنید که $Ra_L < 10^9$ ، پس در واقع عبارت برگرفته از مسأله 9-10، مناسب بود.

(۳) توجه داشته باشید که اگر ضریب گسیل ورق، واحد باشد، ضریب متوسط تابش خطی شده با استفاده از معادله (9-1) عبارتست از:

$$\bar{h}_{rad} = 11.0W/m^2.K.$$

و تبادل تشعشع (تابش)، یک فرآیند ضروری خواهد بود.

13-9

سطح دریچه یک فر خانگی به ارتفاع 0.5m و به عرض 0.7m در ضمن کار به دمای متوسط 32°C می‌رسد. گرمای داده شده به اتاق را، که دمای هوای آن 22°C است، بدست آورید. اگر دریچه دارای گسیلمندی 1 و محیط اطراف نیز

$$\bar{h}_L = \overline{Nu}_L k / L = \frac{55.5 \times 0.0338 W/m \cdot K}{0.3 m} = 6.25 W/m^2 \cdot K$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2770 kg/m^3 \times 0.015 m \times 983 J/kg \cdot K}{[6.25 W/m^2 \cdot K (227 - 27) K + 0.25 (5.67 \times 10^{-8} W/m^2 \cdot K^4) (500^4 - 300^4) K^4]} = -0.099 K/s$$

(ج) فرض دمای یکنواخت، در صورتی که ضابطه عدد بیوت اقلان شده باشد، قابل قبول می‌باشد. با

$$L_c \equiv (V/2A_s) = (A_s, t/2A_s) = (t/2)$$

و

$$\bar{h}_{tot} = \bar{h}_{conv} + \bar{h}_{rad}, \quad Bi = \frac{\bar{h}_{tot}(t/2)}{k} \leq 0.1$$

با استفاده از رابطه ضریب تابش خطی شده، درمی‌یابیم که

$$\bar{h}_{rad} = \varepsilon \sigma (T_s + T_{sur})(T_s^2 + T_{sur}^2)$$

$$= 0.25 (5.67 \times 10^{-8} W/m^2 \cdot K^4) (500 + 300)(500^2 + 300^2) K^3$$

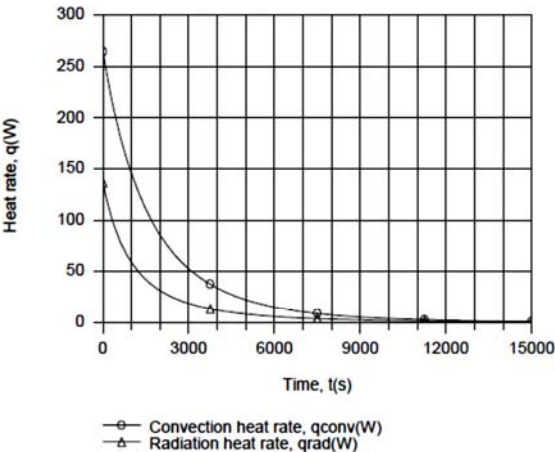
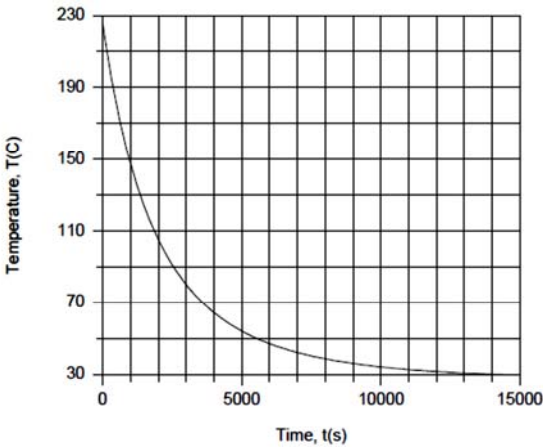
$$= 3.86 W/m^2 \cdot K$$

بنابراین

$$Bi = \frac{(6.25 + 3.86) W/m^2 \cdot K (0.015 m/2)}{186 W/m \cdot K} = 4.07 \times 10^{-4}$$

از آن‌جا که $Bi \ll 0.1$ فرض مذکور مناسب می‌باشد.

(د) ترسیم دمایی ورق توسط تلفیق مدل ظرفیت فشرده IHT (با روابط مناسب) و $Properties toolpads$ محاسبه شده است.



به خاطر مقادیر کوچک \bar{h}_L و \bar{h}_{rad} ورق به آهستگی خنک می‌گردد و تا زمان $t \approx 14000 s = 3.89 h$ به دمای $30^\circ C$ خواهد رسید. آهنگ‌های جابه‌جایی و تابش از طریق کم کردن سرعت فرآیند سرمایش به سرعت، با افزایش t (کاهش T)، کاهش می‌یابند.

توضیحات:

کاهش آهنگ جابه‌جایی برحسب افزایش زمان، ناشی از کاهش رسانش گرمایی هوا، بعلاوه مقادیر \bar{h}_L و T می‌باشد.

(الف) مطلوب است عبارت آهنگ تغییر زمانی دمای صفحه، با فرض اینکه دما در تمام لحظات یکنواخت می‌باشد.

(ب) آهنگ سرمایش اولیه (K/s) را (وقتی دمای صفحه $227^\circ C$ است) بدست آورید.

(ج) فرض یکنواختی دمای صفحه را توجیه نمایید.

(د) تغییرات زمانی دمای صفحه را از $t=0$ تا زمان لازم برای اینکه دما به $30^\circ C$ برسد محاسبه و رسم نمایید. تغییرات متناظر آهنگ‌های انتقال گرمای جابه‌جایی و تشعشع را محاسبه و رسم نمایید.

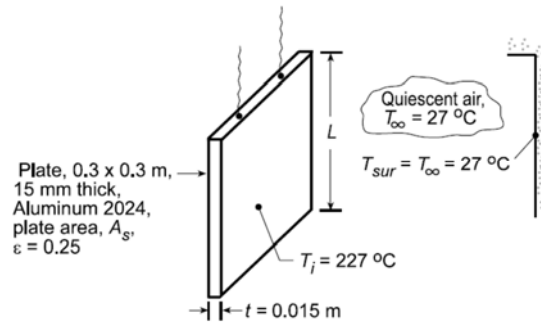
داده:

ورق آلومینیومی (آلیاژ 2024) در دمای اولیه $227^\circ C$ در یک اتاق که دمای داخل و اطراف آن $27^\circ C$ است آویخته شده.

خواسته:

- (۱) عبارتی برای آهنگ زمانی تغییر دمای ورق،
- (۲) آهنگ سرمایش ورق (K/s)، وقتی که دمای ورق $227^\circ C$ باشد،
- (۳) فرض یکنواختی دمای ورق،
- (۴) فروکاست دمای ورق و آهنگ‌های جابه‌جایی و تابشی در طی سرمایش.

طرحواره:



فرضیات:

- (الف) دمای ورق یکنواخت می‌باشد،
- (ب) هوای محیط ساکن و وسیع می‌باشد،
- (ج) محیط اطراف در مقایسه با ورق، بزرگ است.

خواص:

$A-1$ (آلیاژ آلومینیوم 2024، جدول A-1): $\rho = 2770 kg/m^3$, $k = 186 W/m \cdot K$, $c = 983 J/kg \cdot K$;
 $A-4$ (هوا، $T_f = 400 K$, 1 atm): $\nu = 26.41 \times 10^{-6} m^2/s$, $k = 0.0388 W/m \cdot K$, $\alpha = 38.3 \times 10^{-6} m^2/s$, $Pr = 0.690$.

حل:

(الف) از طریق موازنه انرژی در ورق با تبادل تابش و جابه‌جایی آزاد، خواهیم داشت $-\dot{E}_{out} = \dot{E}_{st}$

$$-\bar{h}_L 2A_s (T_s - T_\infty) - \varepsilon 2A_s \sigma (T_s^4 - T_{sur}^4) = \rho A_s t c \frac{dT}{dt}$$

یا

$$\frac{dT}{dt} = \frac{-2}{\rho t c} [\bar{h}_L (T_s - T_\infty) + \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{sur}^4)]$$

که در اینجا T_s ، دمای ورق، در طی زمان یکنواخت فرض می‌گردد.

(ب) برای محاسبه \bar{h}_L را برآورد می‌نماییم. ابتدا، عدد ریلی را می‌یابیم،

$$Ra_L = \frac{g \beta (T_s - T_\infty) L^3}{\nu \alpha}$$

$$= \frac{9.8 m/s^2 (1/400 K) (227 - 27) K \times (0.3 m)^3}{26.41 \times 10^{-6} m^2/s \times 38.3 \times 10^{-6} m^2/s} = 1.308 \times 10^8$$

معادله 9-27 مناسب است؛ با جایگزینی مقادیر عددی، داریم

$$\bar{Nu}_L = 0.68 + \frac{0.670 Ra_L^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}}$$

$$= 0.68 + \frac{0.670 (1.308 \times 10^8)^{1/4}}{[1 + (0.492/0.690)^{9/16}]^{4/9}} = 55.5$$