

فَطْر

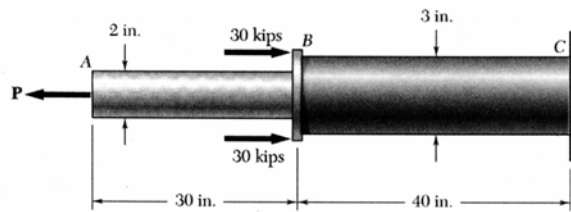
ا

مقدمه. مفهوم تنش

# فصل

## اول

### حل مسائل



۱-۱) مطابق شکل میله‌های توپر استوانه‌ای AB و BC به یکدیگر متصل شده‌اند در صورتیکه تنش کششی در میله AB دو برابر تنش فشاری در میله BC باشد مطلوبست اندازه نیروی P.

$$A_{AB} = \frac{\pi}{4} (2)^2 = 3,1416 \text{ in}^2$$

$$\sigma_{AB} = \frac{P}{A_{AB}} = \frac{P}{3,1416} = 0,31831 P$$

$$A_{BC} = \frac{\pi}{4} (3)^2 = 7,0686 \text{ in}^2$$

$$\sigma_{BC} = \frac{(2)(30) - P}{A_{AB}} = \frac{60 - P}{7,0686} = 8,4883 - 0,14147 P$$

$$0,31831 P = 2(8,4883 - 0,14147 P) \Rightarrow P = 28,2 \text{ kips}$$

با جاگذاری  $\sigma_{AB} = 2\sigma_{BC}$  داریم:

حل:

۲-۱) در مسئله ۱-۱، با توجه به اینکه  $P = 40 \text{ kips}$ ، مطلوبست تنش قائم متوسط در مقطع وسط:

$$P = 40 \text{ kips}$$

$$A_{AB} = \frac{\pi d_{AB}^2}{4} = \frac{\pi (2)^2}{4} = 3,1416 \text{ in}^2$$

$$\sigma_{AB} = \frac{P}{A_{AB}} = \frac{40}{3,1416} = 12,73 \text{ ksi}$$

$$F = 40 - (2)(30) = -20 \text{ kips}$$

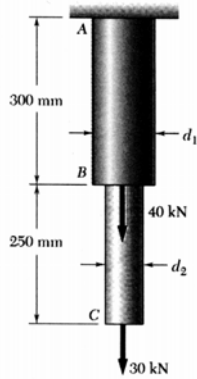
(ب)

حل:

الف) میله AB، ب) میله BC.

$$A_{BC} = \frac{\pi d_{BC}^2}{4} = \frac{\pi (3)^2}{4} = 7.0686 \text{ in.}^2$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F}{A_{BC}} = \frac{-20}{7.0686} = -2.83 \text{ ksi}$$



۳-۱) مطابق شکل دو میله توپر استوانه‌ای AB و BC به یکدیگر جوش شده‌اند، و تحت بار قرار دارند. در صورتیکه تنش قائم متوسط در میله AB از ۱۷۵ MPa و ۱۵۰ MPa بیشتر نشود. کوچکترین اندازه مجاز برای قطرهای  $d_1$  و  $d_2$  را بدست آورید.

☑ حل: الف) برای میله AB داریم:

$$P = 40 + 30 = 70 \text{ kN} = 70 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\sigma_{AB} = \frac{P}{A_{AB}} = \frac{P}{\frac{\pi d_1^2}{4}} = \frac{4P}{\pi d_1^2}$$

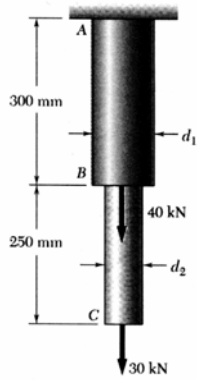
$$d_1 = \sqrt{\frac{4P}{\pi \sigma_{AB}}} = \sqrt{\frac{(4)(70 \times 10^3)}{\pi (175 \times 10^6)}} = 22.6 \times 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow d_1 = 22.6 \text{ mm}$$

ب) برای میله BC داریم:

$$P = 30 \text{ kN} = 30 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{P}{A_{BC}} = \frac{P}{\frac{\pi d_2^2}{4}} = \frac{4P}{\pi d_2^2}$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{4P}{\pi \sigma_{BC}}} = \sqrt{\frac{(4)(30 \times 10^3)}{\pi (150 \times 10^6)}} = 15.96 \times 10^{-3} \text{ m} = 15.96 \text{ mm}$$



۴-۱) در مسئله قبلی در صورتیکه  $d_2 = 30 \text{ mm}$  و  $d_1 = 50 \text{ mm}$  باشد مطلوبست تنش قائم متوسط در مقطع وسط: الف) میله AB، ب) میله BC.

☑ حل: برای میله AB داریم:

$$P = 40 + 30 = 70 \text{ kN} = 70 \times 10^3 \text{ N}$$

$$A = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi (50)^2}{4} = 1963.5 \times 10^2 \text{ mm}^2 = 1.9635 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

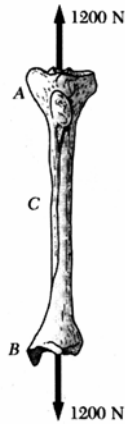
$$\sigma_{AB} = \frac{P}{A} = \frac{70 \times 10^3}{1.9635 \times 10^{-3}} = 35.7 \times 10^6 \text{ Pa} = 35.7 \text{ MPa}$$

ب) برای میله BC داریم:

$$P = 30 \text{ kN} = 30 \times 10^3 \text{ N}$$

$$A = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi (30)^2}{4} = 706.86 \text{ mm}^2 = 7.0686 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma_{BC} = \frac{P}{A} = \frac{30 \times 10^3}{7.0686 \times 10^{-6}} = 42.4 \times 10^6 \text{ Pa} = 42.4 \text{ MPa}$$



۵-۱) کشش قائم متوسط در استخوان AB تحت نیروهای ۱۲۰۰ N برابر  $3/8^\circ$  MPa است. در صورتیکه مقطع عرضی استخوان در نقطه C حلقوی با قطر خارجی ۲۵ mm باشد. قطر داخلی استخوان را در مقطع عرضی C بدست آورید.

$$\sigma = \frac{P}{A} \rightarrow A = \frac{P}{\sigma}$$

☑ حل:

$$A = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)$$

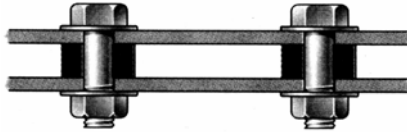
اما از روابط هندسی داریم:

$$d_2^2 = d_1^2 - \frac{4A}{\pi} = d_1^2 - \frac{4P}{\pi\sigma}$$

$$d_2^2 = (25 \times 10^{-3})^2 - \frac{(4)(1200)}{\pi(3/8 \times 10^6)} = 222,9 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow d_2 = 14,93 \times 10^{-3} \text{ m} = 14,93 \text{ mm}$$

۶-۱) می‌خواهیم با استفاده از پیچ‌های فولادی به قطر



۱۶ mm توسط دست غیرمسلح دو ورق فولادی به هم وصل شده‌اند (این پیچ‌ها در داخل بوش‌های فاصله اندازه برنجی با دست بسته شده‌اند). در صورتیکه حداکثر تنش

قائم مجاز فولاد ۲۰۰ MPa و بوش برنج ۱۳۰ MPa باشد، قطر خارجی بوش‌های فاصله اندازه را برای طرح اقتصادی و مطمئن بدست آورید.

$$\sigma_b = \frac{F_b}{A_b} = \frac{4P_b}{\pi d_b^2} \Rightarrow P_b = \frac{\pi}{4} \sigma_b d_b^2$$

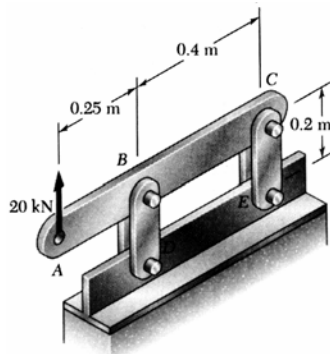
☑ حل:

$$\sigma_s = \frac{P_s}{A_s} = \frac{4P_s}{\pi(d_s^2 - d_b^2)} \Rightarrow P_s = \frac{\pi}{4} \sigma_s (d_s^2 - d_b^2)$$

$$\frac{\pi}{4} \sigma_b d_b^2 = \frac{\pi}{4} \sigma_s (d_s^2 - d_b^2)$$

با جاگذاری  $P_s = P_b$  داریم:

$$d_s = \sqrt{\left(1 + \frac{\sigma_b}{\sigma_s}\right)} d_b = \sqrt{1 + \frac{200}{130}} (16) = 25,7 \text{ mm}$$



۷-۱) هر کدام از چهار میله رابط عمودی دارای سطح مقطع مستطیلی، به ابعاد ۸ mm × ۳۶ mm است. قطر هر کدام از چهار پین ۱۶ mm است. مطلوب‌بست حداکثر تنش قائم متوسط: الف) در رابط میانی D و B ب) در رابط میانی E و C.

✓ **حل:** برای نمودار جسم آزاد AC داریم:

$$\sum M_C = 0: (0.4)F_{BD} - (0.25 + 0.4)(2 \times 10^3) = 0$$

$$F_{BD} = 32.5 \times 10^3 \text{ N} \quad (\text{نیروی کشش})$$

$$\sum M_B = 0: -(0.4)F_{CE} - (0.25)(2 \times 10^3) = 0$$

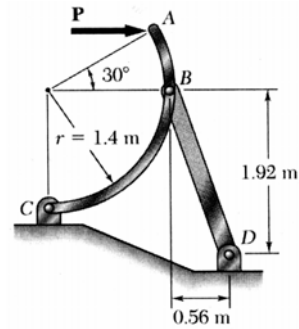
$$F_{CE} = -12.5 \times 10^3 \text{ N}$$

$$A_{\text{net}} = 32 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \quad (\text{مساحت خالص یک عضو در حالت کشش})$$

$$\sigma_{BD} = \frac{F_{BD}}{A_{\text{net}}} = \frac{32.5 \times 10^3}{32 \times 10^{-6}} = 1.0156 \times 10^6 = 1.016 \text{ MPa} \quad (\text{الف})$$

$$A = 57.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \quad (\text{ب})$$

$$\sigma_{CE} = \frac{F_{CE}}{A} = \frac{-12.5 \times 10^3}{57.6 \times 10^{-6}} = -21.7 \times 10^6 = -21.7 \text{ MPa}$$

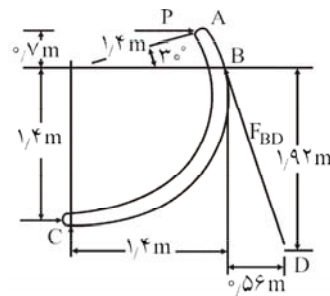


۸-۱) قسمت مرکزی میله BD دارای مقطع عرضی مستطیلی

یکنواخت، با مساحت  $800 \text{ mm}^2$  است. مطلوبست اندازه بار P به

طوری که تنش قائم در میله BD،  $50 \text{ MPa}$  شود.

✓ **حل:** نمودار جسم آزاد AC را رسم می کنیم:



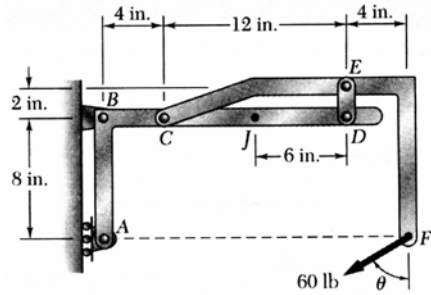
$$F_{BD} = \sigma A = (50 \times 10^6)(800 \times 10^{-6}) = 40 \times 10^3 \text{ N}$$

$$BD = \sqrt{(0.56)^2 + (1.92)^2} = 2.00 \text{ m}$$

برای نمودار جسم آزاد AC داریم:

$$\sum M_C = 0: \frac{0.56}{2.00}(40 \times 10^3)(1.92) + \frac{1.92}{2.00}(40 \times 10^3)(0.56) - P(0.7 + 1.92) = 0$$

$$P = 33.1 \times 10^3 \text{ N} = 33.1 \text{ kN}$$



۹-۱) ضخامت میله رابط DE، برابر،  $\frac{1}{8}$  in و عرض آن ۱ in است. مطلوبست تنش قائم در مقطع میانی این میله رابط به ازای: الف)  $\theta = 0^\circ$ ، ب)  $\theta = 9^\circ$ .

✓ حل:

$$\sum M_C = 0: -12F_{DE} - (8)(60 \sin \theta) - (12)(60 \cos \theta) = 0$$

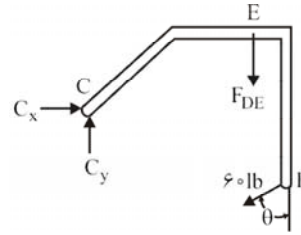
$$F_{DE} = -40 \sin \theta - 60 \cos \theta \text{ lb}$$

$$A_{DE} = \left(\frac{1}{8}\right) = 0.125 \text{ in.}^2$$

$$\sigma_{DE} = \frac{F_{DE}}{A_{DE}}$$

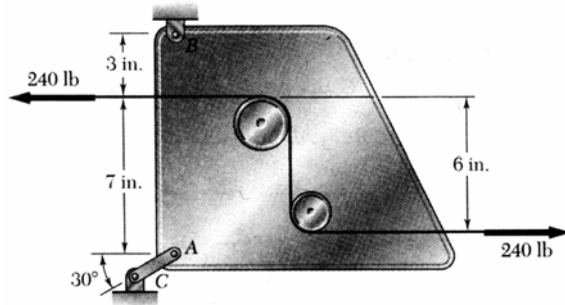
$$F_{DE} = -60 \text{ lb} \Rightarrow \sigma_{DE} = \frac{-60}{0.125} = -480 \text{ psi}$$

$$F_{DE} = -40 \text{ lb} \Rightarrow \sigma_{DE} = \frac{-40}{0.125} = -320 \text{ psi}$$



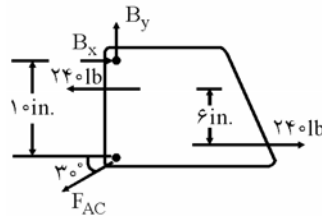
الف) برای  $\theta = 0^\circ$  داریم:

ب) برای  $\theta = 9^\circ$  داریم:



۱۰-۱) میله رابط AC دارای سطح مقطع مستطیلی یکنواخت، به ضخامت  $\frac{1}{4}$  in و عرض  $\frac{1}{6}$  in است. تنش قائم در بخش مرکزی این میله رابط را بدست آورید.

✓ حل: نمودار جسم آزاد را رسم می کنیم:



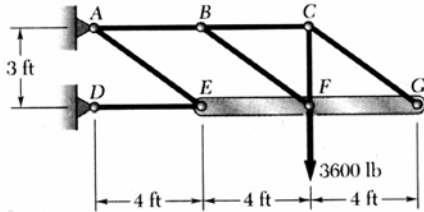
$$(240 \text{ lb})(6 \text{ in.}) = 1440 \text{ lb.in}$$

برای کوپل گشتاور حاصل از دو نیروی ۲۴۰ lb داریم:

$$\sum M_B = 0: 1440 \text{ lb.in} - (F_{AC} \cos 30^\circ)(10 \text{ in.}) = 0 \Rightarrow F_{AC} = 166.277 \text{ lb.}$$

$$A_{AC} = \left(\frac{1}{16} \text{ in.}\right) \left(\frac{1}{4} \text{ in.}\right) = 0.015625 \text{ in.}^2 \quad \text{سطح مقطع میله AC} :$$

$$\sigma_{AC} = \frac{F_{AC}}{A_{AC}} = \frac{166,277}{0.015625} = 10,640 \text{ psi} = 10,640 \text{ ksi} \quad \text{تنش در AC} :$$



۱۱-۱) میله صلب EFG توسط خرابی نشان داده شده نگه داشته شده است. مقطع عضو CG در این خرابی دایره‌ای توپر به قطر ۰٫۷۵ in است. تنش قائم در این عضو را بدست آورید.

✓ حل:

$$+\uparrow \sum F_y = 0: \frac{3}{5} F_{AB} - 3600 = 0$$

$$F_{AE} = 6000 \text{ lb.}$$

$$+\curvearrowright M_F = 0: -(4) \frac{3}{5} F_{AE} + (4) \left(\frac{3}{5} F_{CG}\right) = 0$$

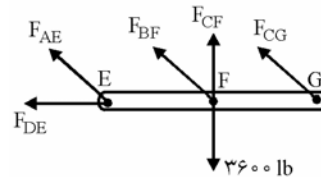
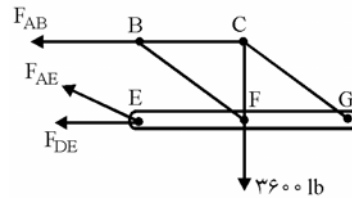
$$F_{CG} = F_{AE} = 6000 \text{ lb.}$$

سطح مقطع میله CG :

$$A_{CG} = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} (0.75)^2 = 0.44179 \text{ in.}^2$$

تنش قائم در CG :

$$\sigma_{CG} = \frac{F_{CG}}{A_{CG}} = \frac{6000}{0.44179} = 13,580 \text{ psi} = 13,580 \text{ ksi}$$



۱۲-۱) در مسئله قبلی در صورتیکه تنش قائم در عضو AE، ۱۵ kip باشد. مساحت سطح مقطع عضو AE را بدست آورید.

✓ حل: نمودار جسم آزاد EFGCB را رسم می‌کنیم:

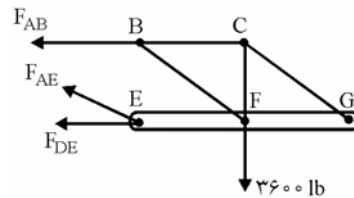
$$+\uparrow \sum F_y = 0: \frac{3}{5} F_{AE} - 3600 = 0$$

$$F_{AE} = 6000 \text{ lb.} = 6,000 \text{ kips}$$

$$\sigma_{AE} = 15 \text{ ksi}, \quad \sigma_{AE} = \frac{F_{AE}}{A_{AE}}$$

تنش در عضو AE :

$$A_{AE} = \frac{F_{AE}}{\sigma_{AE}} = \frac{6,000}{15} = 0,400 \text{ in.}^2$$



۱۳-۱) بر لنگ یک موتور، کوپل  $M = 1500 \text{ N.m}$  مطابق شکل اعمال می‌شود. در موقعیت تعادل نشان داده شده، مطلوبست: الف) اندازه نیروی P، ب) تنش عمودی متوسط در دسته پیستون BC که

دارای سطح مقطع یکنواخت، با مساحت  $450 \text{ mm}^2$  می باشد.

✓ حل: نمودار جسم آزاد مجموعه را رسم می کنیم:

$$\sum M_A = 0: (0.28 \text{ m})H - 1500 \text{ N.m} = 0$$

$$H = 5,3571 \times 10^3 \text{ N}$$

حال نمودار جسم آزاد پیستون را رسم کرده و چون میله عضو دو نیرویی است

لذا راستای نیروی BC مشخص بوده و مثلث نیروها را رسم می کنیم:

$$l = \sqrt{200^2 + 60^2} = 208,81 \text{ mm}$$

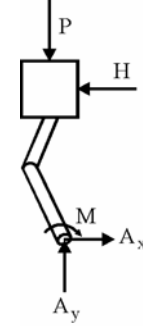
$$\frac{P}{H} = \frac{200}{60} \Rightarrow P = 17,86 \times 10^3 \text{ N} \Rightarrow P = 17,86 \text{ kN}$$

$$\frac{F_{BC}}{H} = \frac{208,81}{60} \Rightarrow F_{BC} = 18,643 \times 10^3 \text{ N}$$

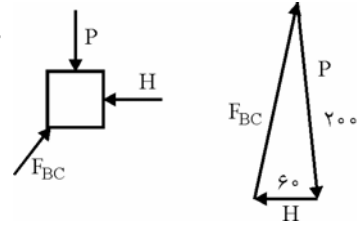
سطح مقطع شاتون BC:

$$A = 450 \text{ mm}^2 = 450 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma_{BC} = \frac{-F_{BC}}{A} = \frac{-18,643 \times 10^3}{450 \times 10^{-6}} = -41,4 \times 10^6 \text{ Pa} = -41,4 \text{ MPa}$$



(الف)



(ب)

۱۴-۱) مطابق شکل با استفاده از یک سیلندر هیدرولیکی، وضعیت میله کشش یک هواپیما، تنظیم

می شود. این سیلندر، توسط یک میله

فولادی به قطر  $25 \text{ mm}$ ، به دو بازوی

مشابه و سیستم چرخ دار DEF وصل شده

است. جرم کل میله کشش  $200 \text{ kg}$  و

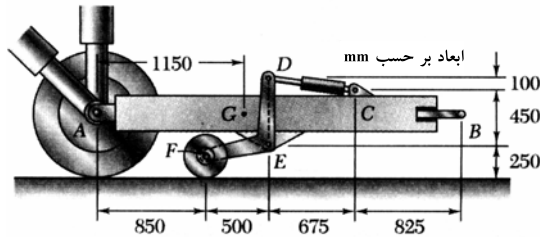
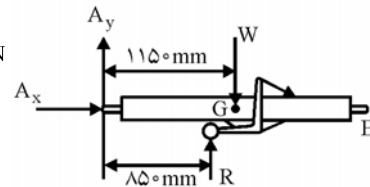
مرکز جرم آن در نقطه G است. تنش

قائم در میله کشش را بدست آورید.

✓ حل: نمودار جسم آزاد میله کشش را رسم می کنیم:

$$W = (200 \text{ kg})(9,81 \text{ m/s}^2) = 1962,00 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0: 850 \cdot R - 1150 \cdot (1962,00 \text{ N}) = 0 \Rightarrow R = 2654,5 \text{ N}$$



نمودار جسم آزاد هر دو واحد بازو و چرخ را رسم می‌کنیم:

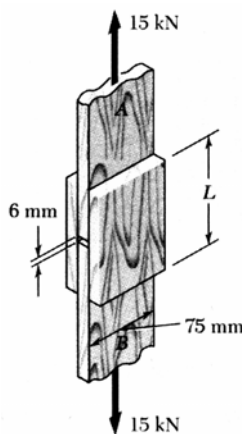
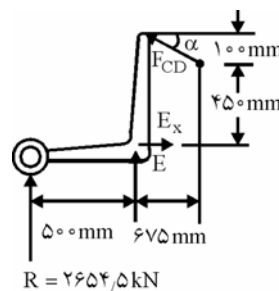
$$\tan \alpha = \frac{100}{675} \Rightarrow \alpha = 8,427^\circ$$

$$\sum M_E = 0 : (F_{CD} \cos \alpha)(550) - R(500) = 0$$

$$F_{CD} = \frac{500}{550 \cos 8,427^\circ} (2654,5 \text{ N}) = 2439,5 \text{ N}$$

$$\sigma_{CD} = -\frac{F_{CD}}{A_{CD}} = -\frac{2439,5 \text{ N}}{\pi(0,0125 \text{ m})^2}$$

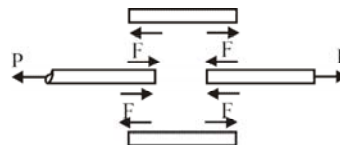
$$= -4,9697 \times 10^8 \text{ pa} = -4,97 \text{ MPa} \quad (\text{فشاری})$$



۱۵-۱) اعضای چوبی A و B، توسط اعضای چوبی چند لایه‌ی و چسب به هم وصل شده‌اند. فاصله بین دو انتهای عضوهای A و B برابر با ۶ mm است برای اینکه حداکثر تنش برشی مجاز چسب سریشم بیش تر از ۷۰۰ kPa نباشد. طول مجاز L را بدست آورید.

✓ حل: چهار سطح جداگانه چسبیده شده بهم که هر کدام نصف بار ۱۵ kN را تحمل می‌کند داریم:

$$F = \frac{1}{4}P = \frac{1}{4}(15) = 3,75 \text{ kN} = 3750 \text{ N}$$



$$A = lw$$

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{F}{lw}$$

$$\tau = 700 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$l = \frac{F}{\tau w} = \frac{3750}{(700 \times 10^3)(0,0075)} = 0,14286 \text{ m} = 142,86 \text{ mm}$$

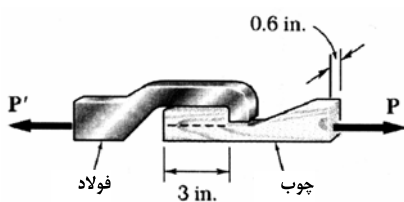
$$L = l + (\text{gap}) + l = 142,86 + 6 + 142,86 = 292 \text{ mm}$$

سطح چسب:

تنش برشی:

تنش برشی مجاز:

در خصوص l داریم:



۱۶-۱) زمانیکه نیروی P به ۱۶۰۰ lb می‌رسد، نمونه چوبی مطابق شکل در راستای سطح خط چین گسیخته می‌شود. در لحظه گسیختگی تنش برشی متوسط در راستای سطح مذکور را بدست آورید.

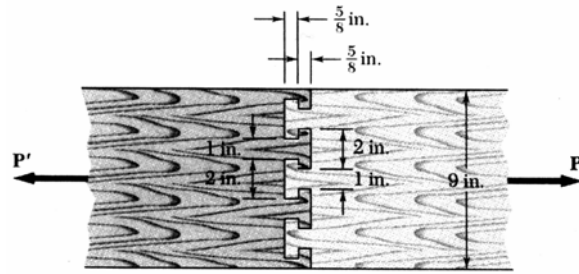
✓ حل:

$$A = (3 \text{ in.})(0.6 \text{ in.}) = 1.8 \text{ in.}^2$$

مساحت برش داده:

$$\tau = \frac{P}{A} = \frac{1600}{1.8} = 889 \text{ psi}$$

تنش برش:



۱-۱۷) دو الوار چوبی، هر کدام به ضخامت  $\frac{1}{4}$  in و عرض 9 in، توسط زبانه‌های نشان داده شده به هم وصل شده‌اند. زمانیکه تنش برشی متوسط در چوب به  $1.20 \text{ ksi}$  می‌رسد، اتصال گسیخته می‌شود.

اندازه بار محوری را برای حالت گسیختگی بدست آورید.

✓ حل: موقع گسیختگی اتصال، شش سطح در اثر تنش برشی از هم جدا می‌شوند ابعاد هر کدام از این

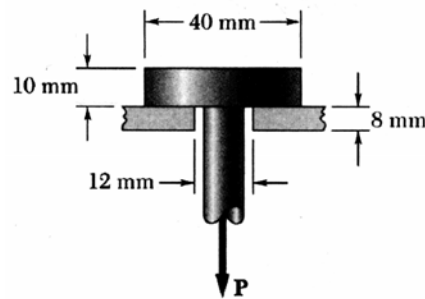
سطوح  $\frac{1}{4}$  in و  $\frac{5}{8}$  in می‌باشد. بنابراین در مورد مساحت آنها داریم:

$$A = \frac{5}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{16} \text{ in.}^2 = 0.3125 \text{ in.}^2$$

در مورد نیروی وارد بر هر سطح در موقع گسیختگی داریم:

$$F = \tau A = (1.20 \text{ ksi})(0.3125 \text{ in.}^2) = 0.375 \text{ kips}$$

$$P = 6F = (6)(0.375) = 2.25 \text{ kips}$$



۱-۱۸) برای نگهداشتن یک میله فولادی، از یک صفحه آلومینیومی استفاده شده است. این صفحه با سوراخی به قطر ۱۲ mm تحت بار P قرار دارد. در صورتیکه حداکثر تنش برشی مجاز در صفحه آلومینیومی  $70 \text{ MPa}$  و میله فولادی،  $180 \text{ MPa}$  باشد. حداکثر بار مجاز P را بدست آورید.

✓ حل: در مورد میله فولادی داریم:

$$A_1 = \pi d_1 t_1 = (\pi)(0.012)(0.01) = 3.7699 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\tau_1 = \frac{P_1}{A_1} \Rightarrow P_1 = \tau_1 A_1$$

$$P_1 = (180 \times 10^6)(3.7699 \times 10^{-6}) = 67.86 \times 10^3 \text{ N}$$